

Uso de la combinatoria en el cálculo de probabilidades

Cuando se utiliza la ley de Laplace para resolver un problema de cálculo de probabilidades es necesario calcular el número de casos posibles y el número de casos favorables. En muchas situaciones estos números no son fáciles de calcular por medios elementales y ahí es donde puede ayudar el uso de la combinatoria; puede ser necesario usar distintos razonamientos para calcular cada uno de los dos números de casos.

Enunciado

Una urna contiene catorce bolas verdes, cinco azules y cuatro rojas. Se extraen simultáneamente y al azar tres bolas y se dice cuántas salen de cada color. Calcula con dos cifras significativas la probabilidad de que las tres sean del mismo color.

Resolución

En este problema no es necesario describir ni usar el espacio muestral, pero siempre viene bien dedicarle un momento para entender mejor el problema: el resultado del experimento aleatorio es el número de bolas de cada color. Por ejemplo, obtener dos rojas, una azul y ninguna roja podría escribirse «210»; con esa notación, $E = \{300, 210, \dots, 003\}$. Está claro que este espacio muestral no es equiprobable.

Pero sí hay que describir el espacio muestral auxiliar asociado al problema, que sí es equiprobable y en el que aplicaremos la ley de Laplace. En este espacio muestral auxiliar se considera que las bolas son distinguibles y cada suceso elemental consiste en decir qué bolas concretas han salido, sin que importe el orden concreto en que aparecen.

Cada suceso elemental consiste en extraer tres bolas al azar de un total de 23 bolas ($14+5+4 = 23$), sin que importe el orden en que se escogen. Por tanto, el número de casos posibles es $C_{23,3}$.

Los casos favorables son aquellos en los que las tres bolas son verdes, o las tres son azules o las tres son rojas. Luego su número es la suma de $C_{14,3}$, $C_{5,3}$ y $C_{4,3}$.

Calculamos la probabilidad pedida: $p = \frac{C_{14,3} + C_{5,3} + C_{4,3}}{C_{23,3}} = 0,21$.

Calculadora:

(1 4 nCr 3 + 5 nCr 3 + 4 nCr 3) ÷ 2 3 nCr 3 = ⇒ 0.213438753

Si tu calculadora no dispone de tecla de cálculo de combinaciones, puedes hacer así la operación:

$$C_{14,3} = \frac{V_{14,3}}{P_3} = \frac{14 \cdot 13 \cdot 12}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 14 \cdot 13 \cdot 2 = 364$$

$$C_{5,3} = C_{5,2} = \frac{V_{5,2}}{P_2} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 5 \cdot 2 = 10$$

$$C_{4,3} = C_{4,1} = 4$$

$$C_{23,3} = \frac{V_{23,3}}{P_3} = \frac{23 \cdot 22 \cdot 21}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 23 \cdot 11 \cdot 7 = 1771$$

$$\frac{364 + 10 + 4}{1771} = 0,213438753$$

Solución: 0,21