

Enunciados

Estudia la posición relativa de los siguientes pares de rectas.

① $r \equiv (x,y) = (12,1) + \lambda(5,4)$; $s \equiv 5x - 6y - 53 = 0$

② $t \equiv \begin{cases} x = -7 + 4\lambda \\ y = 5 + 3\lambda \end{cases}$; $w \equiv 6x - 8y + 81 = 0$

③ $z \equiv \frac{x-13}{31} = \frac{y-71}{-17}$; $d \equiv 17x + 31y - 2422 = 0$

Resoluciones

① Calculamos la pendiente de cada recta y las comparamos.

$$\vec{v}_r = (5,4) \Rightarrow m_r = \frac{4}{5}; s \equiv 5x - 6y - 53 = 0 \Rightarrow s \equiv y = \frac{5}{6}x - \frac{53}{6} \Rightarrow m_s = \frac{5}{6}$$

$$\frac{4}{5} \neq \frac{5}{6} \Rightarrow m_r \neq m_s \Rightarrow r \text{ y } s \text{ son secantes.}$$

Solución: secantes

② Averiguamos un vector de dirección de cada recta y los comparamos.

$$t \equiv \begin{cases} x = -7 + 4\lambda \\ y = 5 + 3\lambda \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_t = (4,3); w \equiv 6x - 8y + 81 = 0 \Rightarrow \vec{n}_w = (6,-8) \Rightarrow \vec{v}_w = (8,6)$$

Como (4,3) y (8,6) son múltiplos, t y w no son secantes.

$$\text{Tomamos un punto de la recta } t: t \equiv \begin{cases} x = -7 + 4\lambda \\ y = 5 + 3\lambda \end{cases} \Rightarrow A = (-7,5) \in t.$$

Comprobamos si el punto pertenece a la recta w:

$$6(-7) - 8 \cdot 5 + 81 = -42 - 40 + 81 = -1 \neq 0 \Rightarrow A = (-7,5) \notin w.$$

Solución: paralelas

③ Averiguamos un vector normal a cada recta y los comparamos.

$$z \equiv \frac{x-13}{31} = \frac{y-71}{-17} \Rightarrow \vec{v}_z = (31,-17) \Rightarrow \vec{n}_z = (17,31)$$

$$d \equiv 17x + 31y - 2422 = 0 \Rightarrow \vec{n}_d = (17,31)$$

Como z y d tienen el mismo vector normal, z y d no son secantes.

$$\text{Tomamos un punto de la recta } z: z \equiv \frac{x-13}{31} = \frac{y-71}{-17} \Rightarrow B = (13,71) \in z.$$

Comprobamos si el punto pertenece a la recta d:

$$17 \cdot 13 + 31 \cdot 71 - 2422 = 0 \Rightarrow B = (-7,5) \in w.$$

Solución: coincidentes

Observación

Puedes mezclar a tu manera las ideas de estos métodos para buscar el modo en que te encuentres más cómodo para hacer este estudio.