Enunciados

① Dado el triángulo de vértices A = (–6,5), B = (1,–9) y C = (11,–2), se pide:

a) La longitud de la mediana que pasa por A, con seis cifras significativas.

b) Ecuación implícita de la recta «r»: contiene a la mediana que pasa por B.

c) El baricentro.

② Dado el triángulo de vértices A = (–7,–1), B = (2,13) y C = (10,1), se pide:

a) La longitud de la altura que pasa por A, con seis cifras significativas.

b) El área, calculada de modo exacto.

③ Dado el triángulo de vértices A = (9,6), B = (5,6) y C = (2,–1), se pide:

a) La ecuación implícita de la recta «r»: mediatriz del lado AC.

b) El circuncentro.

c) El radio de la circunfencia circunscrita, con seis cifras significativas.

④ Dado el triángulo de vértices A = (8,10), B = (–10,8) y C = (3,–5), se pide:

a) La ecuación implícita de la recta «r»: contiene a la altura que pasa por C.

b) El ortocentro.

⑤ Dado el triángulo de vértices A = (0,0), B = (14,0) y C = (5,12), se pide:

a) La ecuación implícita de la recta «z»: bisectriz del ángulo en B.

b) El incentro.

c) El radio de la circunfencia inscrita.

⑥ Con los datos A = (–3,15), B = (17,6), C = (2,–10), D = (–13,–4), se pide:

a) Averigua la ecuación implícita de la recta «r» que pasa por A y C.

b) Calcula de modo exacto el área del cuadrilátero ABCD.

⑦ Dado el triángulo de vértices A = (0,0), B = (168,24) y C = (42,42), se pide:

a) El área.

b) El baricentro, que llamaremos G.

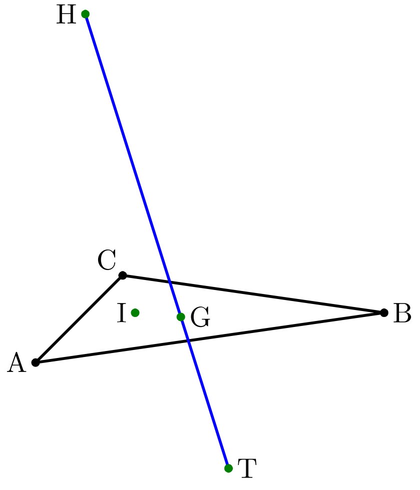
c) El ortocentro, que llamaremos H.

d) El circuncentro, que llamaremos T.

e) El incentro, que llamaremos I.

f) Comprobar que el baricentro, el ortocentro y el circuncentro están alineados. La recta que une esos tres puntos se llama **recta de Euler**, en honor de este matemático, que demostró en 1795 que los tres puntos están alineados.

g) Comprobar que el incentro no pertenece a la recta de Euler.



Soluciones

① (a) 14,7054 (b) $r \equiv 25x-3y-30=0$ (c) (2,–2)

② (a) 15,2543 (b) 110

③ (a) $r \equiv x+y-8=0$ (b) (7,1) (c) 5,38516

④ (a) $r \equiv 9x+y-22=0$ (b) (2,4)

⑤ (a) $z \equiv x+2y-14=0$ (b) (6,4) (c) 4

⑥ (a) $r \equiv 5x+y=0$ (b) 400

⑦ (a) 3024 (b) $G=(70,22)$ (c) $H=(24,168)$ (d) $T=(93,-51)$ (e) $I=(48,24)$

(f) $\overrightarrow{TG}=(-23,73)$, $\overrightarrow{GH}=(-46,146)$, $\overrightarrow{GH}=2\cdot\overrightarrow{TG}$

(g) $\overrightarrow{IG}=(22,-2)$, $\overrightarrow{IT}=(45,-75)$, $22\cdot(-75)\neq -2\cdot 45$

Procedencia

⑦ Este triángulo fue descubierto por Antonio González como resultado de esta discusión en internet:

`https://es.ciencia.matematicas.narkive.com/7SF0Sj7a/con-coordenadas-enteras`

Aunque el incentro no pertenece a la recta de Euler (salvo cuando el triángulo es isósceles), hay otros puntos interesantes del triángulo que sí pertenecen, como veremos en el nivel 5.